Доказать в исчислении высказываний (буквы обозначают произвольные формулы):

A∨(B&C) ≡ (A ∨B)&(A∨C)

Решение.

1) Доказательство формулы слева направо: .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. |  | гипотеза |
| 2. |  | определение дизъюнкции для гипотезы |
| 3. |  | свойство конъюнкции K2 |
| 4. |  | свойство конъюнкции K2 |
| 5. |  | секвенция 1 для 2 и 3. |
| 6. |  | определение дизъюнкции для 5 |
| 7. |  | секвенция 1 для 2 и 4. |
| 8. |  | определение дизъюнкции для 7 |
| 9. |  | свойство конъюнкции K1 для 6 и 8 |

Таким образом, доказано что .

2) Доказательство формулы справа налево: .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. |  | гипотеза |
| 2. |  | свойство конъюнкции K2 из 1 |
| 3. |  | определение дизъюнкции для 2 |
| 4. |  | свойство конъюнкции K2 из 1 |
| 5. |  | определение дизъюнкции для 4 |
| 6. |  | свойство конъюнкции K1 для , |
| 7. |  | секвенция 1 для 3 и 6 при ; ; |
| 8. |  | аксиома 2 при , , |
| 9. |  | Modus ponens для 8 и 7 |
| 10. |  | Modus ponens для 9 и 5 |
| 11. |  | определение дизъюнкции для 10 |

Таким образом, доказано что .

Т.к. формула доказана в обе стороны, то .

При доказательстве использованы:

Определение дизъюнкции: 

Свойства конъюнкции:

K1.  или 

K2. и  или  и .

Аксиома 2: 

Секвенция 1: 

Правило вывода Modus ponens: 